Lineaarialgebra 1A (2018), harjoitus 6,
viikolla 8

Huom: Loppukoe on ti 6.3. klo 14–17, ls. D11. Laskin ja taulukot eivät saa olla kokeessa mukana. Osallistumisen edellytyksenä 40 prosentin harjoitusaktiivisuus.

Huom: Ensimmäisen vuoden opiskelijoiden haku aineenopettajan pedagogisiin opintoihin (ns. 1+ –vaiheen valinta) alkaa ma 19.2.2018 ja päättyy 23.3.2018 kello 15.00.
`http://www.uta.fi/opiskelijaksi/kohde?id=2278&hid=2659&qt-koulutus=3`

1. Olkoon $P(1,1,1)$ suuntaissärmiön kärkipiste, jonka viereiset kärkipisteet ovat $Q(4,4,2)$, $R(5,1,1)$ ja $S(2,4,8)$. Määritä suuntaissärmiön tilavuus.

2. Olkoon vektoreiden $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ määräämän suuntaissärmiön tilavuus V.
   a) Määritä vektoreiden $\mathbf{u}, \mathbf{v}, 2\mathbf{v}$ määräämän suuntaissärmiön tilavuus.
   b) Määritä vektoreiden $\mathbf{u} + k\mathbf{w}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ määräämän suuntaissärmiön tilavuus, kun $k \in \mathbb{R}$.

3. Todista lause 2.5.8.

4. Oletetaan, että suora l ($\subseteq \mathbb{R}^2$) kulkee pisteen $P(1,2)$ kautta ja on vektorin $(1,3)$ suuntainen. Määritä suoran l vektori- ja koordinaattimuotoinen parametriesitys sekä symmetrinen muoto, normaaliyhtälö ja kulmakerroinyhtälö.

5. Oletetaan, että taso p ($\subseteq \mathbb{R}^3$) sisältää pisteen $P(2,1,3)$ ja että vektorit $\mathbf{u} = (1,2,3)$ ja $\mathbf{v} = (3,-1,5)$ virittävät sen. Määritä tason p vektori- ja koordinaattimuotoinen parametriesitys sekä normaaliyhtälö vektori- ja koordinaattimuodossa.

6. Etsi tason
$$p : 2x + 3y + z = 3$$
ja suoran
$$\ell : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{2}$$
mahdollinen leikkauspiste (tai mahdolliset leikkauspisteet). (Vrt. lineaariset yhtälöryhmät.)

7. Etsi tasojen
$$\begin{aligned} p &: \ x + y + z = 6 \\ q &: \ 2x + 3y + z = 3 \end{aligned}$$
leikkaussuora. Yksi esitysmuoto riittää. (Vrt. lineaariset yhtälöryhmät.)

8. Todista, että pisteiden $P(x_0, y_0)$ ja $Q(x_1, y_1)$ kautta kulkevan suoran yhtälö voidaan kirjoittaa muodossa
$$\det \begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_0 & y_0 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} = 0.$$