Lineaarialgebra 1A (2018), harjoitus 4, viikolla 6

1. Ratkaise lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ 3x + 2y + z = 4 \\ x - y - 2z = 5 \end{cases}$$

rivioperaatioilla.

2. Ratkaise tehtävä 1 Cramerin säännöllä (mikäli se on mahdollista).
3. Ratkaise tehtävä 1 WolframAlphalla. (Voit kirjoittaa yhtälöt suoraan ko. muodossa.)
4. Ratkaise lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 3x + y + z = 3 \\ x + 2y + z = 4. \end{cases}$$

Määritä ratkaisun parametrien lukumäärä kerroinmatriisin asteen avulla.

5. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Määritä lineaarisen yhtälöryhmän $AX = \underline{0}$ ratkaisun parametrien lukumäärä.

6. Tutkittava lineaarisen yhtälöparin ratkaisujen lukumäärää piirtämällä kummankin lineaarisen yhtälön määräämä suora xy-tasoon:

a) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 3y = 2, \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 6y = 2, \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 6y = 6. \end{cases}$

Määritä kussakin tapauksessa kerroinmatriisin determinantti.

7. a) Todista, että $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$, kun $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$, lause 2.3.1(2).
b) Havainnollista a-kohtaa geometrisilla vektoreilla (kun $n = 2$).
c) Todista, että $-\mathbf{u} = (-u_1, -u_2, \ldots, -u_n)$, kun $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$, lause 2.3.1(4).
Huom. Lihavointi kirjoitetaan käsin yläviivana, esim. $\mathbf{u} = \overline{u}$.

8. a) Todista, että (ratkeavan) lineaarisen yhtälöryhmän $AX = B$ ratkaisu on

$$X = X_p + X_h,$$

missä X_p on yhtälöryhmän $AX = B$ yksi ratkaisu ja X_h käy läpi homogeenisen yhtälöryhmän $AX = \underline{0}$ kaikki ratkaisut.
b) Kirjoita tehtävän 4 yhtälöryhmän ratkaisu muodossa $X = X_p + X_h$.