

Piirrä kuvat kaikista graafeista, jotka esiintyvät tehtävissä!

1. Olkoon  $G = (V, E)$  graafi, missä  $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$  ja  $E = \{\{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{c, e\}, \{c, i\}, \{c, j\}, \{d, f\}, \{d, k\}, \{e, g\}, \{f, h\}, \{f, k\}, \{h, k\}, \{h, l\}, \{i, j\}, \{k, l\}\}$ .  
Määritä kaikki  $G$ :n yksisärmäiset ja nelisärmäiset irrotusjoukot.
2. Olkoon  $G$  kuten tehtävässä 1 ja olkoot  $V_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $V_2 = \{g, h, i, j, k, l\}$ ,  $V_3 = \{a, c, d, f, h, k, l\}$  ja  $V_4 = \{b, e, g, i, j\}$ . Määritä irrotukset  $\langle V_1, V_2 \rangle$  ja  $\langle V_3, V_4 \rangle$ .
3. Olkoon  $G = (V, E)$  täydellinen 2-jakoinen graafi:  $V = V_1 \cup V_2$  ja  $E = \{\{v_1, v_2\} \mid v_1 \in V_1, v_2 \in V_2\}$ . Osoita, että  $W \subseteq V$  on graafin  $G$  hajotusjoukko jos ja vain jos  $V_1 \subseteq W$  tai  $V_2 \subseteq W$ .
4. Tarkastellaan Hararyn graafia  $H_{3,8} = (V, E)$ :  $V = \{v_0, \dots, v_7\}$ ,  $E = \{\{v_i, v_{i+1}\} \mid i < 7\} \cup \{\{v_7, v_0\}\} \cup \{\{v_i, v_{i+4}\} \mid i < 4\}$ . Osoita, että  $H_{3,8}$  on 3-yhtenäinen, mutta ei 4-yhtenäinen.
5. Määritä syklien  $C_n$  ja pyörien  $W_n$  (määritelmät sivulla 11) yhtenäisyysasteet ja särmäyhtenäisyysasteet.
6. Olkoot  $G = (V, E)$  ja  $G' = (V', E')$  graafeja, missä  $V = V' = \{2, \dots, 8\}$ ,  $E = \{\{i, j\} \mid \text{syt}(i, j) = 1\}$  ja  $E' = \{\{i, j\} \mid i + j \text{ on alkuluku}\}$ .  
Määritä graafien  $G$  ja  $G'$  yhtenäisyysasteet, särmäyhtenäisyysasteet ja minimiasteet.
7. Anna esimerkki graafista  $G$ , jolla
  - (a)  $\kappa(G) = 1$ ,  $\kappa'(G) = 1$  ja  $\delta(G) = 4$
  - (b)  $\kappa(G) = 2$ ,  $\kappa'(G) = 3$  ja  $\delta(G) = 3$
  - (c)  $\kappa(G) = 2$ ,  $\kappa'(G) = 3$  ja  $\delta(G) = 4$