

## Differentiaaliyhtälöt 2018, harjoitus 6, viikolla 17

- a) Olkoon  $Ly = y'' - 5y' + 6y$ . Etsi ytimen  $\ker L$  jokin kanta (karakteristisen yhtälön menetelmällä).  
b) Olkoon  $Ly = y'' - 2y' + y$ . Etsi ytimen  $\ker L$  jokin kanta (karakteristisen yhtälön menetelmällä).  
c) Kirjoita diff.yhtälöiden

$$y'' - 5y' + 6y = 0, \quad y'' - 2y' + y = 0$$

ratkaisuavaruudet.

- Ratkaise diff.yhtälö

$$y'' - 2y' + y = 7x$$

määräämättömien kertoimien menetelmällä.

- Ratkaise diff.yhtälö

$$y'' - 6y' + 9y = e^x$$

määräämättömien kertoimien menetelmällä.

- Ratkaise diff.yhtälö

$$y'' + \frac{2}{x}y' - 4y = 0, \quad x > 0,$$

sijoituksella  $y = uv$ . (Ns. 2. vaihtoehto, vrt. monisteen esim. 3.5.1.)

- Ratkaise diff.yhtälö

$$x^2y'' - xy' + y = 0, \quad x > 0,$$

sijoituksella  $y = uv$ . (Ns. 1. vaihtoehto, vrt. monisteen esim. 3.5.2.)

- a) Todista, että diff.yhtälöllä

$$y'' - xy = 0$$

on analyyttinen ratkaisu origossa (lause 3.6.2).

b) Ratkaise diff.yhtälö potenssisarjamenetelmällä (kolme termiä kutakin kantafunktiota kohti).

c) Mikä on potenssisarjan suppenemisväli?

- Oletetaan, että  $\varphi_1$  ja  $\varphi_2$  toteuttavat diff.yhtälön

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0.$$

a) Todista, että niiden Wronskin determinantti toteuttaa diff.yhtälön

$$W' + a_1(x)W = 0.$$

b) Ratkaise  $W$ .