

Differentiaaliyhtälöt 2018, harjoitus 5, viikolla 16

**HUOM: Loppukoe on ti 08.05.2018 14:00–17:00 PINNI B, LS B3116**

1. Tutkittava, ovatko funktiot

a)  $\sin^2 x$ ,  $\cos^2 x$ , 1,

b) 1,  $x + 1$ ,  $x^2$

lineaarisesti riippumattomia joukossa  $\mathbf{R}$ .

2. Todista, että 1 ja  $\ln x$  ovat esimerkin 3.2.1 yhtälön (3.3) kaksi lineaarisesti riippumattonta ratkaisua. Todista lineaarinen riippumattomuus kahdella eri menetelmällä.

3. Konstruoi esimerkki funktioista  $\varphi_1$  ja  $\varphi_2$ , jotka ovat lineaarisesti riippumattomia joukossa  $\mathbf{R}$  mutta lineaarisesti riippuvia joukossa  $\mathbf{R}^+$  (mikäli se on mahdollista).

4. Konstruoi esimerkki funktioista  $\varphi_1$  ja  $\varphi_2$ , jotka ovat lineaarisesti riippuvia joukossa  $\mathbf{R}$  mutta lineaarisesti riippumattomia joukossa  $\mathbf{R}^+$  (mikäli se on mahdollista).

5. Olkoot  $\varphi_1$  ja  $\varphi_2$  yhtälön

$$y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0,$$

kaksi lineaarisesti riippumatonta ratkaisua. Todista, että

$$y = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x)$$

toteuttaa yhtälön. Kyseessä on lauseen 3.2.2 osatodistus.

6. Todista lauseen 3.3.1 kohta b.

7. Tutkimuksessa on todettu, että toisen asteen palovammojen paraneminen voidaan mallintaa differentiaaliyhtälöllä  $dA/dt = kA$ , missä  $A$  on palanut alue neliösenttimetreinä ja  $t$  on aika viikkoina, joka on kulunut palovamman saamisesta. Erään henkilön ihosta paloi  $20 \text{ cm}^2$  ja kolmen viikon kuluttua 40% siitä oli parantunut. Laske, montako prosenttia ihosta oli vielä parantumatta 7 viikon kuluttua palovamman saamisesta.