

Differentiaaliyhtälöt 2018, harjoitus 2, viikolla 12

1. Ratkaise diff.yhtälö

$$y' = \frac{e^{x-y}}{1+e^x}.$$

2. Ratkaise diff.yhtälö

$$y' = \frac{3y+1}{x^2}, \quad x > 0.$$

Alueittainen tarkastelu.

3. a) Ratkaise diff.yhtälö

$$y' - 1 = (y - x)^2$$

sijoituksella $u = y - x$. b) Ratkaise sama diff.yhtälö WolframAlphalla.

4. Ratkaise diff.yhtälö

$$xy + y^2 + x^2 - y'x^2 = 0, \quad x > 0,$$

sopivalla sijoituksella.

5. Millä ehdolla diff.yhtälö

$$(ax + by) + (\alpha x + \beta y)y' = 0,$$

missä $a, b, \alpha, \beta \in \mathbf{R}$, on eksakti? Ratkaise yhtälö silloin.

6. Luennolla on todistettu, että separoituva diff.yhtälö

$$y' = f(x)g(y),$$

missä $g(y) \neq 0$, on eksakti. Johda tästä tiedosta separoituvan diff.yhtälön ratkaisukaava (2.3).

7. Radioaktiivinen hajoaminen voidaan kuvata matemaattisella mallilla

$$\frac{dN}{dt} = -kN, \quad N(0) = N_0,$$

missä $N(t)$ on radioaktiivisten ytimien määrä hetkellä t ja k on positiivinen vakio. Ratkaise N .